

05.23.17 СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Учет высших форм колебаний при оценке сейсмостойкости систем с эластомерными опорами нелинейным статическим методом

УДК 624.151.2:624.131.54

Зубрицкий М.А.

Сотрудник ООО «УралКонцептПроект» (г. Екатеринбург); e-mail: zubrickiy_maksim@mail.ru

Ушаков О.Ю.

Канд. техн. наук, доцент кафедры «Системы автоматизированного проектирования объектов строительства», ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина» (г. Екатеринбург); e-mail: ushakovoleg@yandex.ru

Сабитов Л.С.

Канд. техн. наук, доцент кафедры биомедицинской инженерии и управления инновациями, ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет» (г. Казань); e-mail: sabitov-kgasu@mail.ru

Статья получена: 03.01.2020. Рассмотрена: 05.01.2020. Одобрена: 21.02.2020. Опубликовано онлайн: 30.03.2020. ©РИОР

Аннотация. В статье предложена методика учета высших форм колебаний при оценке сейсмостойкости систем с эластомерными опорами на воздействия уровня «Максимальное расчетное землетрясение». В рамках исследования выполнен комплекс динамических и статических расчетов в нелинейной постановке с целью верификации предложенной методики нахождения модифицированной системы сил. Установлено, что расчет на сейсмические воздействия уровня МРЗ систем с эластомерными опорами возможно выполнять на основании предложенного модифицированного

нелинейного статического метода. Полученные результаты соответствуют результатам, полученным на основании прямого динамического метода.

Ключевые слова: сейсмостойкость, расчет на максимальное расчетное землетрясение, ККСК, *Pushover*-анализ.

1. Введение

Ежегодно в мире происходит порядка 300 тыс. землетрясений. Эпицентр большинства из них находится вдали от населенных пунктов, а маг-

ASSESSMENT OF SEISMIC RESISTANCE OF SYSTEMS WITH ELASTOMERIC SUPPORTS BY THE NONLINEAR STATIC METHOD

Maksim Zubritskiy

Employee, ООО “UralKontseptProekt”, Ekaterinburg;
e-mail: zubrickiy_maksim@mail.ru

Oleg Ushakov

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department “Computer-Aided Design Systems for Construction Projects”, Ural Federal University named after the First President of Russia B.N. Eltsin, Ekaterinburg; e-mail: ushakovoleg@yandex.ru

Linar Sabitov

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Departments of Biomedical Engineering and Innovation Management, Kazan Federal University, Kazan; e-mail: sabitov-kgasu@mail.ru

Manuscript received: 03.01.2020. **Revised:** 05.01.2020. **Accepted:** 21.02.2020. **Published online:** 30.03.2020. ©РИОР

Abstract. The article proposes a methodology for taking into account the highest forms of vibrations when evaluating earthquake-resistant systems with elastomeric supports on the effects of the level of “Maximum design earthquake”. As part of the study, a set of dynamic and static calculations in a nonlinear setting was performed with the aim of verifying the proposed methodology for finding a modified system of forces. It has been established that the calculation of the seismic effects of the level of MRI systems with elastomeric supports can be performed on the basis of the proposed modified non-linear static method. The results obtained correspond to the results obtained on the basis of the direct dynamic method.

Keywords: earthquake resistance, calculation for maximum design earthquake, SRSS, *Pushover*-analysis.

нитуда воздействия достаточно мала. Однако некоторые землетрясения оказывают катастрофические воздействия на целые города, разрушая их и нанося колоссальный экономический ущерб. Таким образом, повышение сейсмостойкости зданий и сооружений — одна из самых актуальных проблем при строительстве в сейсмически опасных зонах.

Тривиальным решением обеспечения сейсмостойкости сооружений является увеличение жесткости несущих элементов за счет увеличения их размеров (пассивная сейсмозащита), что приводит к увеличению инерционных нагрузок на рассматриваемое сооружение. Таким образом, данное решение не всегда является рациональным и экономически целесообразным.

Еще в 60-е гг. XX в. был предложен альтернативный способ повышения сейсмостойкости систем — сейсмоизоляция (активная сейсмо-

защита). Сам термин сейсмоизоляция обозначает снижение инерционных сил, вызванных сейсмическим воздействием, путем введения в систему «Основание — динамическая модель» специальных элементов, позволяющих снизить инерционные нагрузки на систему. На рис. 1 представлены деформированные схемы здания без сейсмоизоляции и с ее применением. Благодаря большей податливости в нижней части системы горизонтальные перемещения в целом возрастают при уменьшении ускорения масс.

Согласно СП 14.13330 оценка сейсмостойкости при сейсмическом воздействии уровня «Максимальное расчетное землетрясение» выполняется на основании прямого динамического метода путем интегрирования уравнений движения во временной области с использованием набора инструментальных записей ускорений основания при землетрясениях, наиболее

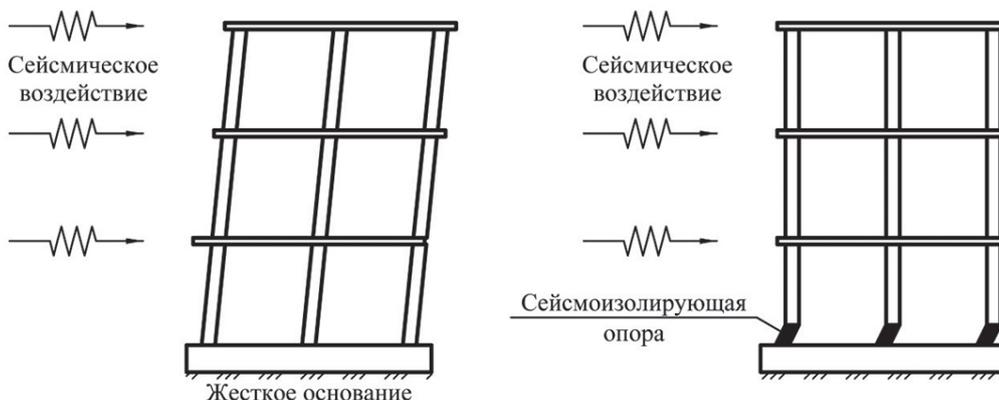


Рис. 1. Деформированная схема здания:
а) здание без сейсмоизоляции; б) зданий и сейсмоизолирующей

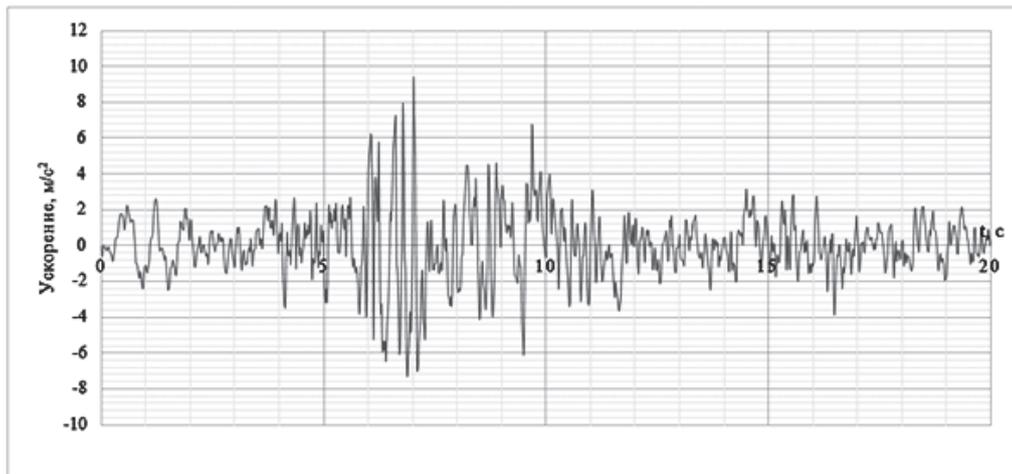


Рис. 2. Акселерограмма горизонтальной компоненты землетрясения, *Iran*, 1978 г.

опасных для сооружения, или синтезированных акселерограмм (рис. 2). Такие расчеты требуют большого временного ресурса, сложного программного обеспечения и специальной квалификации проектировщика.

Альтернативой прямого динамического расчета является нелинейный статический метод — *Pushover analysis*, при котором конструкция подвержена монотонно возрастающим горизонтальным усилиям. Согласно [7; 8] для оценки сейсмостойкости системы необходимо выполнить как минимум два расчета с различным распределением инерционных горизонтальных сил по высоте системы:

- система инерционных сил, соответствующая главной форме собственных колебаний системы. Оценку сейсмостойкости системы с заданным распределением возможно выполнить, только если модальная масса рассматриваемой формы — не менее 75%;
- система инерционных сил, полученная на основании суперпозиции инерционных сил нескольких форм колебаний. При этом суммарная модальная масса рассматриваемых колебаний не должна быть меньше 90%;
- универсальное распределение системы сил пропорционально сосредоточенным массам в узлах системы;
- адаптивная система инерционных сил, изменяющаяся в зависимости от перемещения узлов системы в процессе нагружения.

Дальнейший поиск характеристической точки на графике несущей способности системы (рис. 3), посредством которой оценивается сейсмостойкость системы — процесс трудоемкий и требующий построения громоздких графиков и нетривиальных вычислений. В современных программных комплексах реализован нелинейный статический метод только на основании системы инерционных сил, соответствующей только одной из форм колебаний. Кроме того, отклик конструкции при заданном воздействии значительно меньше результатов, полученных на основании прямого динамического метода, на основании которого возможно наиболее точно оценить отклик конструкции на заданное сейсмическое воздействие. Несомненным преимуществом нелинейного статического метода является значительная экономия времени машинного

расчета и трудоемкости оценки сейсмостойкости по сравнению с прямым динамическим методом.

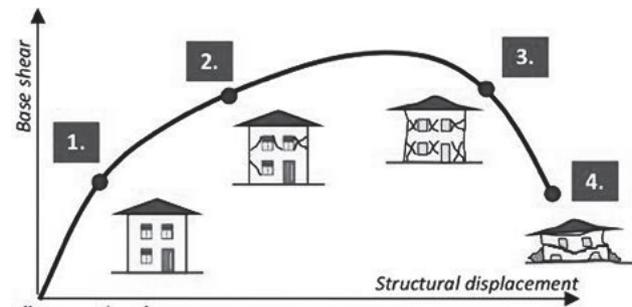


Рис. 3. Кривая несущей способности с указанием критериев оценки надежности конструкции:

1 — безопасная непрерывная эксплуатация здания, незначительные повреждения элементов конструкции; 2 — большинство процессов в здании могут быть продолжены, конструкции безопасны для эксплуатации, небольшие повреждения, необходимо восстановление вспомогательных элементов здания; 3 — значительные повреждения, но конструкция остается надежной, при землетрясении возможна безопасная эвакуация из здания, восстановление возможно, но может быть экономически невыгодно; 4 — критическое состояние, разрушение некоторых элементов, восстановление невозможно

В данной статье рассмотрена трехмассовая динамическая модель с эластомерными опорами. Предложена методика учета высших форм колебаний при оценке сейсмостойкости системы нелинейным статическим методом. Выполнены расчеты на сейсмические воздействия уровня МРЗ с использованием прямого динамического метода и мультимодального нелинейного статического метода.

2. Методика учета высших форм колебаний

Для определения отклика системы с учетом влияния высших форм колебаний рассмотрим следующий метод, для чего введем понятие модифицированной системы инерционных сил.

Под модифицированной системой инерционных сил будем понимать систему сил, полученную по методу «Корень Квадратный Суммы Квадратов», при которой перемещение верха рассматриваемой расчетной модели будет соответствовать суммарным перемещениям, полученным на основании линейно-спектрального анализа. Графическое представление сложения инерционных сил выполнено на рис. 4.

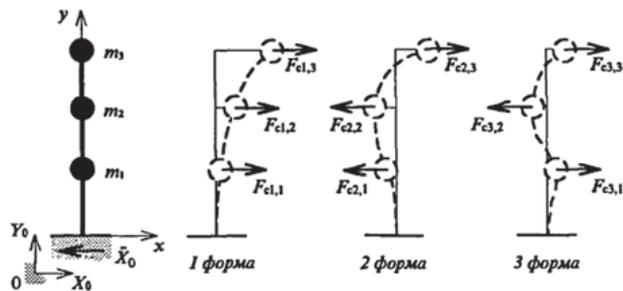


Рис. 4. Графическое представление метода суммирования модальных откликов «Корень Квадратный Суммы Квадратов»

Согласно [5] для разрушения материала, независимо от того, какая будет приложена нагрузка (т.е. статическое медленное загрузеение, динамическое — быстрое загрузеение, однократное или многократное), необходимо затратить одно и то же количество энергии. Таким образом, энергия деформации линейной системы с модифицированной системой инерционных сил тождественна энергии деформации системы с учетом пластических деформаций (рис. 5). Целевое значение энергоёмкости системы возможно определить на основании модифицированной системы инерционных сил:

$$W_y = V_b \cdot \Delta / 2,$$

где V_b — сдвигающая сила в основании системы; Δ — перемещение верха системы.

Следующим этапом оценки сейсмостойкости является построение на основании нелинейного статического расчета системы с одной степенью свободы при действии модифицированной системы инерционных сил графика зависимости «Усилие в основании V_b — смещение

верха системы Δ » — график несущей способности. Учитывая, что энергии упругой и упругопластической деформации равны, полученное значение перемещения верха системы Δ является целевым значением для оценки сейсмостойкости всей системы в целом, на основании которого возможно определить междуэтажные смещения, внутренние усилия в элементах системы, а также проанализировать за упругие работы узлов и элементов системы.

В зависимости от положения характеристической точки на кривой несущей способности возможно оценить общий характер повреждения конструкции в целом (рис. 3).

3. Постановка задачи и апробация методики

В качестве расчетной динамической модели принят вертикальный стержень с тремя равномерно распределенными по высоте сосредоточенными массами. Для каждой из акселерограмм подобрано значение сосредоточенной массы так, чтобы отклик системы на сейсмическое воздействие происходил в заупругой стадии. В основании системы замоделирована эластомерная линейная опора (рис. 6). В качестве материала конструкций принята сталь, диаграмма деформирования которой представлена на рис. 7. Для описания нелинейной работы элементов системы принята модель изотропного упрочнения материала (*Bilinear Kinematic Hardening*). Диаграммы деформирования стали при растяжении и сжатии принимают одинаковыми с учетом нормируемых сопротивлений стали растяжению и сжатию. Поверхность те-

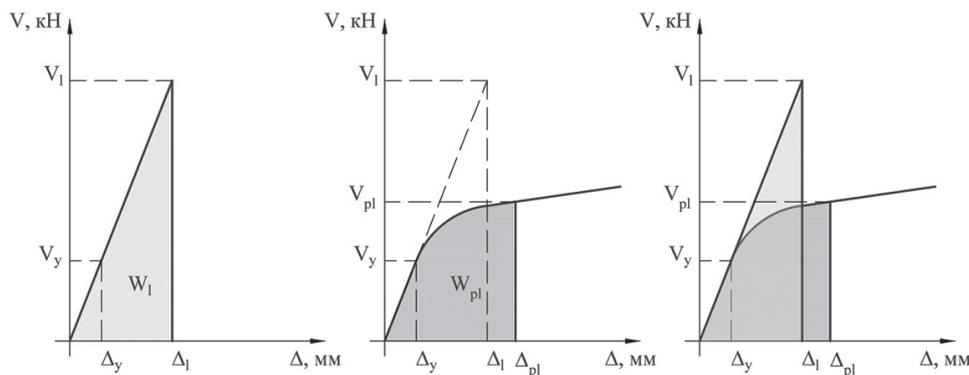


Рис. 5. Энергоёмкость системы при упругом и упругопластическом поведении системы: а) упругая работа; б) упругопластическая работа; в) равенство энергий при упругой и упругопластической работе

кучести описывается критерием Вон-Мизеса и представляет из себя цилиндр, ось которого совпадает с осью гидростатического сжатия в осях главных напряжений (рис. 8). Параметры демпфирования определены для диапазона частот собственных колебаний, соответствующих первым формам собственных колебаний.

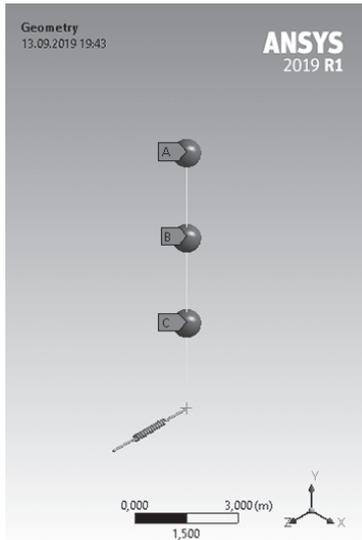


Рис. 6. Общий вид расчетной динамической модели

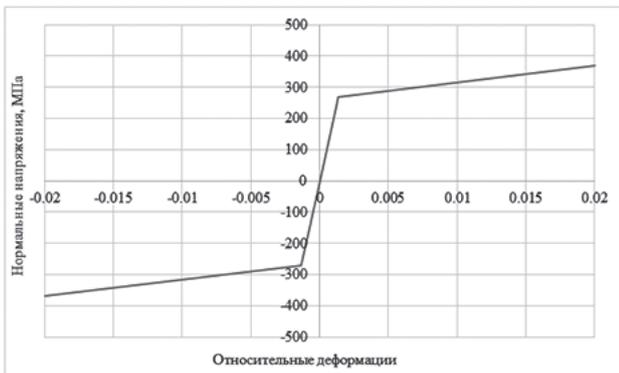


Рис. 7. Диаграмма деформирования стали

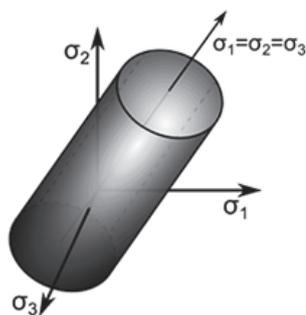


Рис. 8. Поверхность текучести по критерию Вон-Мизеса в осях главных напряжений

Сейсмические воздействия заданы следующими однокомпонентными акселерограммами, действующими в плоскости YoZ :

1. *Iran*, 1978 г. (*Erthq. 1*).
2. *El Centro, USA (California)*, 1979 г. (*Erthq. 2*).
3. *Duzce, Turkey*, 1999 г. (*Erthq. 3*).

Записи акселерограмм взяты из базы данных *PEER Ground Motion Data Base* [12].

Жесткостные и частотные характеристики систем приведены в табл. 1.

Таблица 1

Общие характеристики системы

| № n/n | Наименование | Значение | | |
|----------|---|--|-----------------|-----------------|
| | | <i>Erthq. 1</i> | <i>Erthq. 2</i> | <i>Erthq. 3</i> |
| 1 | Сечение, мм | Двутавр 300(<i>h</i>) × 200(<i>b</i>) × 15(<i>bf</i>) × 8(<i>bw</i>) | | |
| 2 | Высота, мм | 9000 | | |
| 3 | Модуль упругости, Па | 2e11 | | |
| 4 | Предел упругости, МПа | 270 | | |
| 5 | Тангенциальный модуль упругости, МПа | 5.361e3 | | |
| 6 | Жесткость эластомерной опоры, кН/м | | | |
| 7 | Сосредоточенные массы $m_a = m_b = m_c$, кг | 3000 | 10000 | 7000 |
| 8 | Первая частота собственных колебаний f_1 , Гц | 0.853 | 0.45094 | 0.5637 |
| 9 | Вторая частота собственных колебаний f_2 , Гц | 5.397 | 2.8677 | 3.5813 |

Для вычисления системы сил при выполнении анализа сейсмостойкости системы мультимодальным нелинейным статическим методом исходными данными являются инерционные силы первых трех форм колебаний. Характеристики системы приняты в соответствии с табл. 1.

Распределение инерционных сил и результирующая система сил для сейсмического воздействия *Iran*, 1978 г. (*Erthq. 1*) получены на основании линейно-спектрального анализа.

Для вычисления коэффициента редуцирования инерционных сил выполним статический расчет системы. Полученное значение коэффициента представлено в табл. 2. Также определяется энергоемкость системы.

Следующим этапом оценки сейсмостойкости системы является выполнение нелинейного статического расчета при действии модифицированной системы инерционных сил, на осно-

вании которого строится кривая несущей способности в координатах «сдвигающая сила в основании — перемещение верха системы».

Поиск характеристической точки является итерационным: необходимо найти такую точку на графике несущей способности, чтобы площадь образованной под графиком фигуры соответствовала целевой энергоёмкости системы.

Полученные результаты для сейсмических воздействий *Erthq. 1–3* сведены в табл. 2.

Отклик системы на сейсмическое воздействие, заданное в виде акселерограмм землетрясений, вычислен в программном комплексе *ANSYS R18.2 (Academic version)*. Расчеты выполнены прямым динамическим методом. Шаг интегрирования Δt принят не более значения, полученного из выражения:

$$0 < \Delta t < 1 / (20f),$$

где f — рассматриваемая частота системы.

Таким образом, значение Δt определяет диапазон частот, учитываемых при расчете.

Отклик системы оценивался по следующим параметрам:

- горизонтальные смещения узлов системы;
- внутренние усилия в наиболее нагруженных элементах (изгибающий момент, поперечная сила);
- локализация пластических деформаций.

Результаты расчетов для сейсмических воздействий *Erthq. 1–3* представлены в сводной табл. 3–5.

Таблица 2

Результаты расчета мультимодальным нелинейным статическим методом

| № n/n | Наименование | Значение | | |
|----------|---|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | <i>Erthq. 1</i> | <i>Erthq. 2</i> | <i>Erthq. 3</i> |
| 1 | Инерционная сила в уровне верхней массы после сложения модальных откликов, кг | 3573,4 | 3633,4 | 4324,73 |
| 2 | Инерционная сила в уровне средней массы после сложения модальных откликов, кг | 3029,4 | 3127,0 | 3936,68 |
| 3 | Инерционная сила в уровне нижней массы после сложения модальных откликов, кг | 4928,7 | 5105,5 | 6793,54 |

| № n/n | Наименование | Значение | | |
|----------|---|------------------|------------------|-----------------|
| | | <i>Erthq. 1</i> | <i>Erthq. 2</i> | <i>Erthq. 3</i> |
| 4 | Горизонтальная реакция в эластомерной опоре, кг | 96,6 | 46,2 | 72,92 |
| 5 | Максимальные перемещения верхнего узла по результатам расчета линейно-спектральной теорией, мм | 256,60 | 250,77 | 230,02 |
| 6 | Максимальные перемещения верхнего узла при действии модифицированной системы инерционных сил, мм | 497,47 | 509,09 | 625,86 |
| 7 | Коэффициент редуцирования α | 0,5158 | 0,4926 | 0,3675 |
| 8 | Максимальная поперечная сила в заделке системы при действии редуцированной системы инерционных сил, кН | 58,18 | 57,32 | 54,38 |
| 9 | Потенциальная энергия деформации системы / Энергоёмкость системы, Дж | 377,311 | 359,36 | 312,74 |
| 10 | Максимальные перемещения верхнего узла системы по результатам расчета мультимодальным нелинейным статическим методом (МНСМ), мм | 283,5 254,42 | 274,46 245,98 | 249,5 220,9 |
| 11 | Максимальные перемещения среднего узла системы по результатам расчета МНСМ, мм | 181,68 152,60 | 165,22 136,74 | 150,3 121,7 |
| 12 | Максимальные перемещения нижнего узла системы по результатам расчета МНСМ, мм | 81,01 51,93 | 73,28 44,79 | 67,1 38,5 |
| 13 | Максимальный изгибающий момент в заделке системы по результатам расчета МНСМ, кН · м | 285,14 | 278,3 | 269,06 |
| 14 | Горизонтальная реакция в эластомерной опоре по результатам расчета МНСМ, кН | 50,48 | 49,44 | 48,84 |

4. Результаты

Для оценки погрешности откликов, полученных мультимодальным нелинейным статическим методом, сравним результаты с откликами, полученными на основании прямого динамического метода с использованием записей ускорений *Erthq. 1–3*.

Оценка погрешности результатов расчетов представлены в табл. 3–5.

Для оценки качества полученных данным выполним их статистическую обработку:

- среднее значение погрешности горизонтальных смещений узлов системы составило 10,52%; среднеквадратичное отклонение — 12,52%;
- среднее значения погрешности изгибающих моментов в элементах системы составило 3,59%; среднеквадратичное отклонение — 3,58%;
- среднее значения погрешности поперечных сил в элементах системы составило 12,57%; среднеквадратичное отклонение — 5,18%.

Таблица 3

Оценка погрешности мультимодального нелинейного статического метода при сейсмическом воздействии Iran, 1978 г. (Erthq. 1)

| Сравниваемый параметр | | Прямой динамический метод | Нелинейный статический метод | Погрешность, % |
|---|--------------|---------------------------|------------------------------|----------------|
| Горизонтальные смещения, мм | Верхний узел | -256,90 | -254,42 | -0,96 |
| | Средний узел | -136,00 | -152,60 | +10,88 |
| | Нижний узел | -40,10 | -51,93 | +22,78 |
| Максимальный изгибающий момент в заделке, кНм | | 263,10 | 285,14 | +7,73 |
| Горизонтальная реакция в эластомерной опоре, кН | | 44,74 | 50,48 | +11,37 |

Таблица 4

Оценка погрешности мультимодального нелинейного статического метода при сейсмическом воздействии El Centro, USA (California) (Erthq. 2)

| Сравниваемый параметр | | Прямой динамический метод | Нелинейный статический метод | Погрешность, % |
|---|--------------|---------------------------|------------------------------|----------------|
| Горизонтальные смещения, мм | Верхний узел | -260,56 | -245,98 | -5,59 |
| | Средний узел | -139,97 | -136,74 | -2,31 |
| | Нижний узел | -42,59 | -44,79 | +4,9 |
| Максимальный изгибающий момент в заделке, кНм | | 267,00 | 278,3 | +4,06 |
| Горизонтальная реакция в эластомерной опоре, кН | | 39,83 | 49,44 | +19,44 |

Оценка погрешности мультимодального нелинейного статического метода при сейсмическом воздействии Duzce, Turkey, 1999 г. (Erthq. 3)

| Сравниваемый параметр | | Прямой динамический метод | Нелинейный статический метод | Погрешность, % |
|---|--------------|---------------------------|------------------------------|----------------|
| Горизонтальные смещения, мм | Верхний узел | -261,08 | -220,9 | -15,4 |
| | Средний узел | -143,04 | -121,7 | -14,9 |
| | Нижний узел | -46,37 | -38,5 | -16,97 |
| Максимальный изгибающий момент в заделке, кНм | | 271,78 | 269,06 | -1,00 |
| Горизонтальная реакция в эластомерной опоре, кН | | 45,44 | 48,84 | +6,9 |

5. Заключение

Для учета влияния высших форм колебаний при оценке сейсмостойкости систем предложена методика поиска начальных инерционных сил для последующего нахождения характеристической точки на графике несущей способности системы — мультимодальный нелинейный статический метод. По результатам выполненного комплекса расчетов можно сделать вывод о целесообразности применения предложенной методики. Предложенный метод суммирования инерционных сил является наиболее вероятным для определения суммарной инерционной нагрузки. Разница в результатах, полученных прямым динамическим методом, с результатами на основе мультимодального нелинейного статического метода по всем критериям отклика конструкции не превышает 12,6% и обусловлена вероятным частотным распределением инерционных сил. Введение в теорию нелинейного статического метода понятия «энергоёмкость системы» позволяет значительно упростить методику поиска характеристической точки, на основании которой определяется конечное состояние системы после сейсмического воздействия.

Стоит отметить, что при меньших затратах машинного времени мультимодальный нелинейный статический метод может быть достойной альтернативой прямому динамическому методу.

Литература

1. СП 14.13330.2014. Строительство в сейсмических районах [Текст]. — М., 2014.
2. Eurocode 8: Seismic Design of Buildings. EUR 25204 EN — 2012.
3. Бирбраер А.Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость [Текст] / А.Н. Бирбраер. — СПб., 1988.
4. Мкртычев О.В. Безопасность зданий и сооружений при сейсмических и аварийных воздействиях [Текст] / О.В. Мкртычев. — М., 2010.
5. Мкртычев О.В. Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения) [Текст] / О.В. Мкртычев, Г.А. Джинчвелашвили. — М., 2012.
6. Kalkan E., Kunnath S.K. Method of modal combinations for pushover analysis of buildings. Proc. of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, August 1–6, 2004, Vancouver, BC, Canada.
7. Applied Technology Council (ATC-40). Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings, Redwood, CA, 1996.
8. FEMA-356. Prestandard and Commentary for the seismic rehabilitation of buildings, American Society of Civil Engineers (ASCE), Reston, VA, 2000.
9. Chopra A.K., Geol R.K. Capacity-demand-diagram methods based on inelastic design spectrum. Earthquake Spectra, 1999, pp. 637–656.
10. Chopra A. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, Prentice Hall, 1995.
11. Chopra A.K., Geol R.K. Evaluation of NSP to estimate seismic deformation: SDF systems // Journal of Structural Engineering, 2000, 126(4), pp. 482–490.
12. PEER Ground Motion Database. URL: <https://ngawest2.berkeley.edu>

References

1. SP 14.13330.2014. *Stroitel'stvo v sejsmicheskikh rajonah* [SP 14.13330.2014. Construction in seismic areas]. Moscow: 2014.
2. Eurocode 8: Seismic Design of Buildings. EUR 25204 EN — 2012.
3. Birbraer A.N. *Raschet konstrukcij na sejsmostojkost'* [Calculation of structures for earthquake resistance]. St. Petersburg, 1988.
4. Mkrtychev O.V. *Bezopasnost' zdaniy i sooruzhenij pri sejsmicheskikh i avarijnyh vozdejstviyah* [Safety of buildings and structures during seismic and emergency impacts]. Moscow: 2010.
5. Mkrtychev O.V., Dzhinchvelashvili G.A. *Problemy ucheta nelinejnostej v teorii sejsmostojkosti (gipotezy i zabluzhdeniya)* [Dzhinchevelashvili. Problems of accounting for nonlinearities in the theory of earthquake resistance (hypotheses and errors)]. Moscow, 2012.
6. Kalkan E., Kunnath S.K. (2004). "Method of modal combinations for pushover analysis of buildings." Proc. of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, August 1-6, 2004, Vancouver, BC, Canada.
7. Applied Technology Council (ATC-40). (1996). Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings, Redwood, CA.
8. FEMA-356. (2000). Prestandard and Commentary for the seismic rehabilitation of buildings, American Society of Civil Engineers (ASCE), Reston, VA.
9. Chopra A.K., Geol R.K. (1999). Capacity-demand-diagram methods based on inelastic design spectrum. Earthquake Spectra, 637–656.
10. Chopra A. (1995). "Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering", Prentice Hall.
11. Chopra A.K., Geol R.K. (2000). 'Evaluation of NSP to estimate seismic deformation: SDF systems.' Journal of Structural Engineering, 126(4), 482–490.
12. PEER Ground Motion Database. URL: <https://ngawest2.berkeley.edu>