

О возможности оценки устойчивости откосов и склонов на основе решения смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта

УДК 624.131.37

Богомолова О.А.

Канд. техн. наук, доцент, ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» (г. Волгоград); e-mail: boazaritcyn@mail.ru

Жиделев А.В.

Канд. техн. наук, доцент, директор филиала «Взлет» ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (г. Ахтубинск); e-mail: red_scorpion@list.ru

Статья получена: 18.02.2020. Рассмотрена: 20.02.2020. Одобрена: 26.03.2020. Опубликовано онлайн: 30.03.2020. ©РИОР

Аннотация. В статье кратко описана физическая модель смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта, обозначены особенности ее постановки и решения, представлены формулы для вычисления напряжений внутри пластических областей и выражения, позволяющие определить их положение, размеры и форму при упругопластическом распределении напряжений в грунтовом массиве. Выполнено сопоставление результатов экспериментальных исследований процессов разрушения моделей откосов из эквивалентных материалов при их нагружении, полученных независимо от нас другими авторами, с результатами аналитического построения областей пластических деформаций для условий смешанной задачи. Установлено, что построенные

области удовлетворительно согласуются с результатами, полученными при лабораторных исследованиях и с результатами натурных наблюдений. Определены области пластических деформаций для моделей откосов из эквивалентных материалов при разрушающей нагрузке. Приведены результаты расчетов устойчивости реальных естественных склонов, включающие в себя вычисление коэффициентов запаса устойчивости и построение пластических областей для различных значений коэффициента бокового давления грунтов. Выполнены расчеты устойчивости и приведены их результаты для реальных грунтовых массивов.

Ключевые слова: смешанная задача теории упругости и теории пластичности грунта, компоненты напряжения в упругих и пластических

ON THE POSSIBILITY OF ESTIMATING THE STABILITY OF SLOPES AND SLOPES ON THE BASIS OF THE SOLUTION OF THE MIXED PROBLEM OF THE ELASTICITY THEORY AND THEORY OF SOIL PLASTICITY

Oksana Bogomolova

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Volgograd State Technical University, Volgograd; e-mail: banzaritcyn@mail.ru

Andrey Zhidelev

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Director of Branch "Vzlet" of the Moscow Aviation Institute (National Research University), Akhtubinsk; e-mail: red_scorpion@list.ru
Manuscript received: 18.02.2020. **Revised:** 20.02.2020. **Accepted:** 26.03.2020. **Published online:** 30.03.2020. ©RIOR

Abstract. The article briefly describes the physical model of the mixed problem of the theory of elasticity and the theory of plasticity of the soil, identifies the features of its formulation and solution; formulas are presented for calculating stresses inside plastic regions and expressions that allow one to determine their position, dimensions and shape in the case of an elastoplastic stress distribution in a soil mass. A comparison is made of the

results of experimental studies of the fracture processes of slope models from equivalent materials under loading, obtained independently by other authors, with the results of the analytical construction of plastic strain regions for the conditions of the mixed problem. It was established that the constructed areas are in satisfactory agreement with the results obtained in laboratory studies and with the results of field observations. The areas of plastic deformations for slope models of equivalent materials under breaking load are determined. The results of calculations of the stability of real natural slopes are presented, which include the calculation of stability margin coefficients and the construction of plastic regions for various values of the lateral pressure coefficient of soils. Stability calculations are performed and their results are presented for real soil massifs.

Keywords: mixed problem of elasticity theory and soil plasticity theory, stress components in elastic and plastic areas, formulas for determining their size, position and shape, lateral pressure coefficient, stability margin, computer simulation of fracture processes of slope models from equivalent materials under their loading.

областях, формулы для определения их размера, положения и формы, коэффициент бокового давления, коэффициент запаса устойчивости, компьютерное моделирование процессов разрушения моделей откосов из эквивалентных материалов при их нагружении.

Введение

При расчете устойчивости грунтовых откосов и оснований сооружений исходя из условия отсутствия в приоткосной области пластических зон поля напряжений могут быть определены на основе использования аналитических или численных методов, формализующих решения задач линейной теории упругости [1–9].

Если при проведении расчета по каким-либо причинам необходимо определить области пластических деформаций, то используют условие прочности Кулона [10]. Однако эти пластические области не являются истинными. Причина заключается в том, что в точках, расположенных внутри них, напряжения не могут отыскиваться методами теории упругости, так как здесь они являются не только функциями главного вектора нагрузок, но зависят и от физико-механических свойств грунтов. Поэтому области пластических деформаций, положение и форма которых в большей степени соответствуют действительности, могут быть найдены путем решения *смешанной* задачи теории упругости и теории пластичности грунта.

1. Постановка задачи

Постановка смешанной задачи имеет следующие особенности: если интенсивность внешней нагрузки невелика, области предельного состояния в массиве грунта отсутствуют, но при достижении ею некоторого предельного значения $q_{\text{зар}}$ в грунте зарождается одна или несколько пластических областей, которые имеют четкие границы. Дальнейший рост нагрузки ведет к увеличению размеров пластических областей, на внутренних поверхностях границ и внутри которых грунт находится в пластическом состоянии, описываемом теорией предельного равновесия, а часть грунтового массива, расположенная вне границ областей пластических деформаций, находится в упругом состоянии.

В некоторый момент времени нагрузка достигает второго предельного значения $q_{\text{пр}}$, при котором пластическая область достигает максимального размера, что приводит к разрушению грунтового массива.

Физическая модель смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта подразумевает, что:

- а) между упругими и пластическими областями имеется четкая граница; грунт, находящийся в упругих областях, подчиняется законам линейной теории упругости, а в пластических — законам теории пластичности;
- б) и в упругих, и в пластических областях, а также на их границах выполняются уравнения равновесия;
- в) каждой точке границы выполняется условие неразрывности поля напряжений: нормальные и касательные к границе напряжения должны быть одинаковыми по обеим ее сторонам;
- г) в областях линейной деформируемости выполняется условие совместности деформаций, а внутри пластических областей — условие пластичности.

Таким образом, смешанная задача позволяет соединить решение задачи линейной теории упругости для начальной стадии нагружения и решение задачи теории предельного равновесия для стадии разрушения, что очень важно с точки зрения разработки единой теории, описывающей поведение грунтового массива в полном интервале нагрузок.

Аналитическое решение задачи связано с разрешением системы дифференциальных уравнений равновесия, уравнения неразрывности деформаций и условия пластичности, которые для плоской задачи записываются следующим образом (оси X и Z направлены вправо и вертикально вниз):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + Z &= 0; \end{aligned} \right\}; \quad (1)$$

$$\nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = -\frac{1}{1-\mu} \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right); \quad (2)$$

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz} = (\sigma_x + \sigma_z + 2\sigma_{c0})^2 \sin^2 \varphi; \quad (3)$$

где $\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}$ — вертикальная, горизонтальная и касательная составляющие напряжения в рассматриваемой точке; X, Z — проекции главного вектора нагрузок на соответствующие оси координат; $\sigma_{cb} = C \operatorname{ctg} \varphi$ — давление связности; C, φ и μ — соответственно удельное сцепление, угол внутреннего трения и коэффициент Пуассона грунта, связанный известным соотношением с коэффициентом бокового распора; ∇^2 — оператор Лапласа.

2. Определение напряжений внутри пластических областей.

Считаем, что «упругие» компоненты напряжения $\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}$ определены в каждой точке грунтового массива аналитическими или численными методами. Воспользуемся результатами, приведенными в работе [11], развивая их в предположении о том, что в момент «перехода» точки грунтового массива в процессе нагружения из упругой в пластическую область, величина нормального вертикального напряжения σ_z , вычисленная от действия собственного веса грунта и внешней нагрузки на основе «упругого» решения, практически не изменяются.

Выражения для вычисления значений компонент напряжения в точках пластической области (помечены знаком «'») имеют вид [11]

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_z &= \sigma_z; \\ \sigma'_x &= \frac{\sigma_z(l - \sin \varphi) - 2\sigma_0 \sin \varphi}{l + \sin \varphi}; \\ \tau'_{xz} &= \frac{(\sigma_z + \sigma_0)b \sin \varphi}{l + \sin \varphi}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где σ_z — вертикальное нормальное напряжение, найденное из решения соответствующей задачи теории упругости; $b = \operatorname{tg} 2\alpha^*$, $l = (1 + b^2)^{\frac{1}{2}}$, $\alpha^* = \alpha - \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$.

Значение угла α определим из условия минимальности коэффициента остаточного сопротивления сдвигу [12; 13], который определяется выражением

$$f = \frac{(\sigma_n + \sigma_0) \operatorname{tg} \varphi - \tau_n}{\tau_n}, \quad (5)$$

где σ_n, τ_n — нормальное и касательное напряжения, действующие по наклонной площадке, ориентированной под углом α , используя для этого условия $\frac{\partial f}{\partial \alpha} = 0$, $\frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} > 0$ и соотношения, связывающие σ_n, τ_n и компоненты напряжения $\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}$.

Отметим, что в случае идеально связной среды ($\varphi = 0$) формулы (4) дают гидростатический закон распределения напряжений в пластической области.

3. Определение границы между областями упругих и пластических деформаций.

Пусть кривая AA' есть граница между упругой и пластическими областями и точка B лежит на этой кривой (рис. 1, а). Рассмотрим равновесие бесконечно малой прямоугольной призмы единичной высоты ДЕКМ, расположенной таким образом, что точка B лежит на ее диагонали, а сама диагональ ДК является касательной к кривой AA' в точке B . Разделим прямоугольную призму ДЕКМ на две треугольные призмы ДЕК и ДМК таким образом, что первая из них будет находиться в области упругих деформаций, а вторая — в пластической области. Учитывая, что уравнения равновесия выполняются во всем объеме грунтового массива, составим их для обеих призм и выразим от туда нормальные и касательные составляющие напряжения, действующего на наклонных гранях призм ДЕК и ДМК через компоненты полного напряжения $\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}$ и $\sigma'_z, \sigma'_x, \tau'_{xz}$.

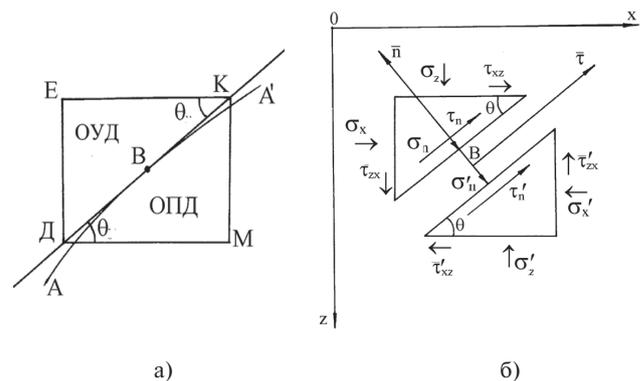


Рис. 1. Элементарная призма грунта на границе упругой и пластической областей (а); схема для составления уравнений равновесия (б)

Затем, учитывая, что $\tau_n = \tau'_n$, $\sigma_n = \sigma'_n$, а $\sigma_z = \sigma'_z$ и σ'_x , τ'_{xz} определяются формулами (4), получим выражения, описывающие границу упругих и пластических областей [12; 13]

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2 \cdot (\tau_{xz} + \tau'_{xz})}{2 \cdot \sigma'_x - \sigma_x - \sigma'_z}; \quad (8)$$

$$\sin \varphi_\theta = \frac{l \cdot (\sigma'_z \cdot (3 + \cos 2\theta) + \sigma_x \cdot (1 - \cos 2\theta) + 2 \cdot \tau_{xz} \cdot \sin 2\theta)}{-(\sigma'_z + \sigma_x) + 2 \cdot \sigma_{св} + \cos 2\theta \cdot (\sigma_x - 3 \cdot \sigma'_z - 2 \cdot \sigma_{св}) - 2 \cdot \sin 2\theta \cdot (\tau_{xz} + b \cdot (\sigma'_z + \sigma_{св}))} \rightarrow \leftarrow \quad (9)$$

где θ — угол между касательной к границе AA' в точке B и положительным направлением оси OX ; φ_θ — «граничное» значение угла внутреннего трения грунта.

Точка, в которой величина угла θ , совпадает с величиной, вычисленной по формуле (8), и выполняется условие $\varphi_\theta = \varphi$, принадлежит границе упругой и пластической областей. Понятно, что в упругой области вне зависимости от положения в ней рассматриваемой точки $\varphi = \text{const}$. В пластической области величина, эквивалентная углу внутреннего трения в разных точках не постоянна ($\varphi_\theta \neq \text{const}$), но при приближении точки к границе $\varphi_\theta \rightarrow \varphi$.

Посмотрим, в каком направлении будет проходить зарождение пластических областей. Направление луча, вдоль которого развиваются зоны пластических деформаций, определяется направлением максимальных касательных напряжений. Беря производные $\frac{d\tau_n}{d\theta}$, $\frac{d\tau'_n}{d\theta}$, приравняв их, и, имея в виду формулы (4), получим выражение, определяющее это направление

$$\operatorname{tg} 2\theta_3 = \frac{l(\sigma_x - \sigma_z) + (\sigma_x - 2\sigma_{св} - 3\sigma_z)\sin \varphi}{2\{\sin \varphi[(\sigma_z + \sigma_{св})b + \tau_{xz}] + \tau_{xz}l\}}, \quad (10)$$

где θ_3 — угол наклона луча, вдоль которого происходит зарождение области пластических деформаций.

Как известно, в случае идеально связной среды, касательные к обоим семействам поверхностей разрушения совпадают с направлением максимального касательного напряжения

в рассматриваемой точке грунтового массива. Если в формуле (10) положить $\varphi = 0$, то она примет хорошо известный в теории упругости вид

$$\operatorname{tg} 2\theta_3 = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2\tau_{xz}}. \quad (11)$$

4. Проверка методики, предложенной для определения областей пластических деформации, на основе экспериментальных данных

Рассмотрим примеры определения областей пластических деформаций в моделях нагруженных откосов, подвергшихся лабораторным испытаниям.

Пример № 1. В работе [14] приведены результаты экспериментов по разрушению моделей из эквивалентных материалов, в качестве одного из которых использована смесь речного песка с машинным маслом в процентном соотношении 97% к 3%. Физико-механические характеристики этой смеси для условий изготовления моделей следующие: удельный вес $\gamma = 15,21 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$, удельное сцепление $C = 490,5 \text{ Па}$, угол внутреннего трения $\varphi = 24^\circ$.

В экспериментальном лотке размерами в плане $150 \times 60 \times 80 \text{ см}$ формировали модели откосов высотой $H = 30 \text{ см}$ и углом заложения $\beta = 65^\circ$. Нагрузкой служит прямоугольный сосуд размерами в плане $0,6 \times 0,5 \text{ м}$, устанавливаемый на расстояниях $b = 0; 0,25H; 0,5H$ от бровки модели откоса, и наполняемый водой до разрушения модели. Суммарный вес сосуда и воды, отнесенный к площади его основания, определяет величину интенсивности разрушающей равномерно распределенной нагрузки q_p . При $b = 0$ среднее значение (по результатам 10 опытов) $q_p = 1,839 \times 10^3 \text{ Па} = 0,365\gamma H$; при $b = 0,25H - q_p = 7,8 \times 10^2 \text{ Па} = 0,155\gamma H$, а при $b = 0,5H - q_p = 1,39 \times 10^3 \text{ Па} = 0,275\gamma H$. Значение коэффициента бокового распора принято равным $\mu = 0,75$, что соответствует среднему значению для глинистых грунтов.

Расчетные значения коэффициентов запаса устойчивости, полученные методом [15], который не учитывает образования пластических областей, оказались равными $K_0 = K_{0,25} = 0,97$; $K_{0,5} = 1,02$, т.е. отличаются от единицы не более

чем на 3%, что и соответствует факту разрушения моделей при данных значениях внешней нагрузки.

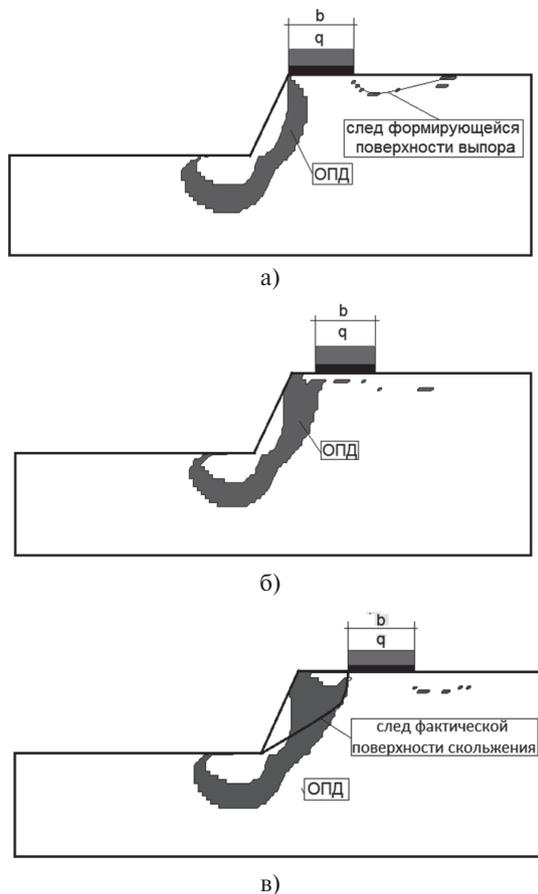


Рис. 2. Области пластических деформаций, построенные на основании смешанного решения [12; 13], в моделях из песчано-масляной смеси для условий работы [14] (а–в); экспериментально полученная поверхность скольжения в момент потери устойчивости моделью нагруженного откоса (в) (по данным работы [14])

На рис. 2 приведены области пластических деформаций, построенные при помощи компьютерной программы [16], в которой формализовано решение смешанной задачи [12; 13], для описанных выше условий. Как видно, во всех трех случаях области пластических деформаций имеют такие размеры и форму, что равновесное состояние моделей невозможно. На рис. 2, а приведено изображение поверхности скольжения, полученной экспериментально [14]. Как видно, она практически полностью находится в пластической области.

Пример № 2. В работе [17] описано моделирование процесса разрушения нагруженных

моделей откосов из эквивалентных материалов, в результате которого определены геометрия тел обрушения и величины предельных разрушающих сил P_p (обозначение и терминология работы [17]) при различных размерах площадок нагружения.

В качестве эквивалентного материала использована смесь из свинцовой дроби, песка и машинного масла, физико-механические свойства которой имеют следующие значения: $C = 0,52$ кПа; $\varphi = 30^\circ$; $\gamma = 36,6$ кН/м³. Угол модели откоса равен $\beta = 45^\circ$, а ее высота — $H = 0,5$ м.

В одном из описанных в работе [17] экспериментов по моделированию процесса разрушения откосов размеры нагруженной площадки (штампа) были равны $0,04 \times 0,16$ м, а величина разрушающей силы, полученной в результате эксперимента, оказалась равной $P_p = 63H$. Площадка нагружения расположена у бровки модели откоса параллельно ей.

На рис. 3 изображена область пластических деформаций в модели нагруженного откоса, построенная при помощи компьютерной программы [16], для условий, соответствующих моменту разрушения, по данным работы [17].

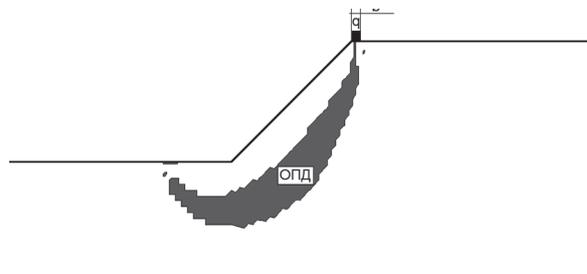


Рис. 3. Область пластических деформаций в модели нагруженного откоса, построенная по данным работы [17], при помощи решения [12; 13]

Пример № 3. В работе [18] описан случай, когда в Германии на «участке Лейпциг — Зейц на карьере Цинзендорф» в экскаваторном уступе высотой $H = 17$ м и углом $\beta = 35^\circ$ образовался оползень, который привел к аварии отвального моста. Автором [18] приведены следующие данные о физико-механических свойствах грунтов и параметрах внешней нагрузки: $\varphi = 21^\circ$; $C = 17,15$ кПа; $\gamma = 17,64$ кН/м³. Ширина базы экскаватора $b = 7$ м, а интенсивность нагрузки на основание $q = 441$ кПа. Экскаватор находился у края уступа, а поверхность разрушения образовалась непосредственно за ним.

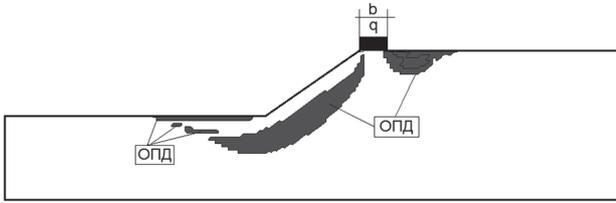


Рис. 4. Области пластических деформаций в разрушившемся экскаваторном уступе, построенные по данным работы [18] на основе смешанного решения [12; 13]

В результате расчета устойчивости уступа, нагруженного весом экскаватора, проведенного автором работы [18] методом К. Терцаги [19], величина коэффициента запаса устойчивости получена равной $K = 1,19$, что, естественно, противоречит реальному положению дел, так как откос потерял устойчивость. Данное обстоятельство находит объяснение у автора работы [18] в неточности определения физико-механических свойств грунтов.

На рис. 4 изображены области пластических деформаций в разрушившемся экскаваторном уступе, построенные по данным работы [18] на основе смешанного решения [12; 13]. Как видно, одна из пластических областей начинается под левым краем нагрузки и выходит на поверхность откоса в его подошве. Вторая правая пластическая область по форме весьма напоминает призму выпора грунта из-под штампа. В работе [18] приведена фотография объекта, из которой видно, что характер его разрушения соответствует построенным при помощи компьютера областям пластических деформаций. Ввиду низкого качества фотографии, мы не смогли привести ее в этой работе.

5. Примеры использования предложенной методики для расчета устойчивости реальных оползневых объектов

Пример № 1. В работе [20] приведен расчет устойчивости откосов отвала меловых пород ОАО «Стойленский ГОК», который размещен в отроге «Крутой Лог» балки «Чуфичева». Авторами статьи отмечается, что «оценку устойчивости откосных сооружений хвостохранилищ и гидроотвалов следует производить с учетом сил гидростатического взвешивания и гидро-

статического давления, а также нестабилизированного состояния водонасыщенных пород. Для расчета устойчивости нестабилизированных породных масс сухих и гидравлических отвалов наиболее пригодны методы алгебраического суммирования сил (при монотонной криволинейной поверхности скольжения) и многоугольника сил».

На рис. 5 изображена расчетная схема профиля III–III, для которого определен наихудший коэффициент запаса устойчивости $K = 1,03$; здесь же приведены значения физико-механических свойств слагающих пород [20].

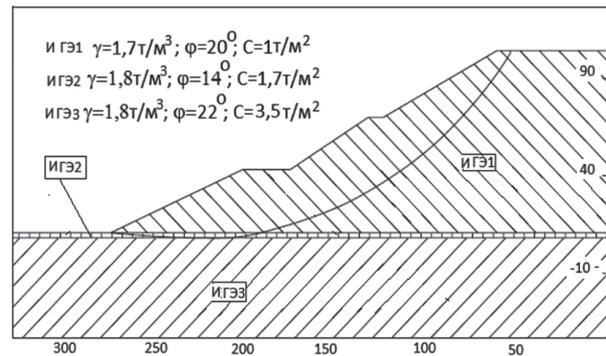


Рис. 5. Расчетная схема откоса по профилю III–III и значения физико-механических свойств слагающих пород по данным работы [20]

При помощи компьютерной программы [16] выполнены два варианта расчет устойчивости данного объекта на основе анализа напряженного состояния грунтового массива:

1) при условии упругого распределения напряжений в приоткосной области, когда в качестве инструмента построения границы областей пластических деформаций используется известное условие пластичности (12) [15]

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = (\sigma_x + \sigma_z + 2\sigma_{св})^2 \sin^2 \varphi, \quad (12)$$

где σ_x , σ_z и τ_{xz} — безразмерные (в долях γh) компоненты полного напряжения в той же точке; $\sigma_{св} = C(\gamma h \operatorname{tg} \varphi)^{-1}$ — приведенное давление связности (C , φ , γ — соответственно сцепление, угол внутреннего трения, объемный вес грунта);

2) на основе решения смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта [12; 13].

В результате расчета по первому варианту оказалось, что при выполнении всех рекомендаций работы [20] и учете наличия слабого прослоя, величина коэффициента запаса устойчи-

ности для профиля III–III, вычисленная при величине коэффициента бокового давления $\xi_0 = 0,5$, равна $K_{0,5} = 1,23$. Отметим, что это значение ξ_0 выбрано не случайно, а получено после подстановки величины угла внутреннего трения $\varphi = 20^\circ$ (см. рис. 2) в известную формулу [21]

$$\xi_0 = \operatorname{tg}^2(\pi/4 + \varphi/2). \quad (13)$$

Если положить $\xi_0 = 0,23$ (это значение определено подбором), то получим величину коэффициента запаса устойчивости $K_{0,23} = 1,03$, как и в цитируемой работе.

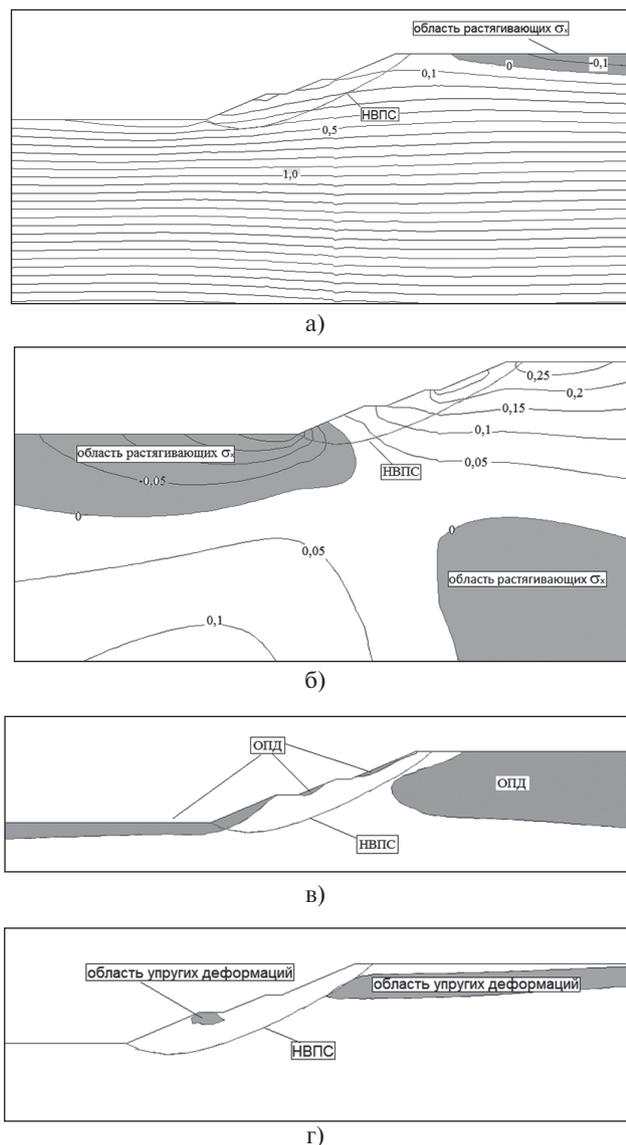


Рис. 6. Картины изолиний безразмерных (в долях γH) горизонтальных σ_x напряжений и областей пластических деформаций в откосе отвала по профилю III–III при $\xi_0 = 0,5$ (а, б) и $\xi_0 = 0,23$ (в, г) соответственно

На рис. 6 в качестве примера изображены картины изолиний горизонтальных σ_x напряжений и областей пластических деформаций в откосе отвала по профилю III–III при $\xi_0 = 0,5$ (а, б) и $\xi_0 = 0,23$ (в, г) соответственно.

Анализ рисунков показывает, что при $\xi_0 = 0,5$ поле горизонтальных напряжений спокойное, без возмущений, а призма скольжения практически полностью находится вне областей пластических деформаций (ОПД). Откос при этом не теряет общей устойчивости, а образуются только локальные зоны сдвигов, совпадающие с пластическими областями, расположенными на поверхности призмы возможного обрушения. При $\xi_0 = 0,23$ поле горизонтальных напряжений существенным образом трансформируется, возникают значительные по размерам области растягивающих σ_x напряжений и практически весь грунтовый массив переходит в пластическое состояние.

На рис. 7 приведены изображения областей пластических деформаций, полученных на основе проведения второго варианта расчета при двух значениях коэффициента бокового давления грунта $\xi_0 = 0,5$ (рис. 7, а) и $\xi_0 = 0,23$ (рис. 7, б).

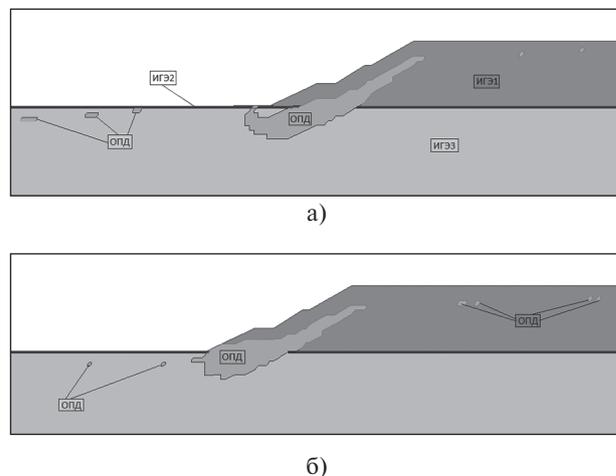


Рис. 7. Области пластических деформаций, построенные в приоткосной зоне по профилю III–III на основании «смешанного» решения

Анализ рис. 6 и 7, а показывает, что уже при величине $\xi_0 = 0,5$ область пластических деформаций распространяется от подошвы до самого верха отвала и при этом в нижней своей части выходит на земную поверхность. Нижняя граница ОПД практически совпадает с наиболее вероятной поверхностью скольжения

(НВПС), изображенной на рис. 6. Если $\xi_0 = 0,23$, то длина ОПД практически не изменяется, однако происходит развитие ее нижней части, которая широким фронтом выходит на поверхность грунта в месте перехода откоса отвала в подошву. При этом можно сделать вывод, что в обоих случаях отвал находится в крайне неустойчивом состоянии. Таким образом, результаты расчета в «смешанной» постановке в наибольшей степени отвечают данным наблюдений, чем результаты расчета, выполненные в предположении упругого распределения напряжений в приоткосной области.

Пример № 2. В работе [22] проведен расчет устойчивости «откосов старой набережной поселка «Приморский» с прилегающими к ней частями склона по профилю I–I. По данным инженерно-геологических изысканий, выполненным кооперативом «Геолог», основанием берегоукрепительных сооружений служит глина выветрелая, твердая со следующими физико-механическими свойствами: угол внутреннего трения $\varphi = 17^\circ$, удельное сцепление $C = 0,045$ МПа; объемный вес $\gamma = 1,85$ т/м³. Сведения о величине коэффициента бокового давления, как и в работе, описанной в предыдущем примере, отсутствуют. Используя формулу (13), получим $\xi_0 = 0,55$.

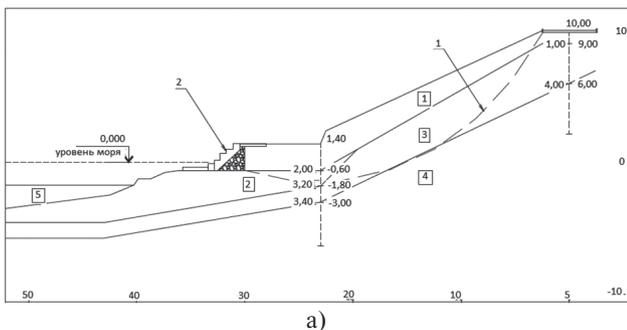


Рис. 8. Инженерно-геологический профиль I–I (а) и общий вид оползневого участка (б) (цитируется по работе [22])

На рис. 5 приведено изображение инженерно-геологического профиля I–I, рассмотренного в работе [22], и фотография общего вида соответствующего оползневого участка.

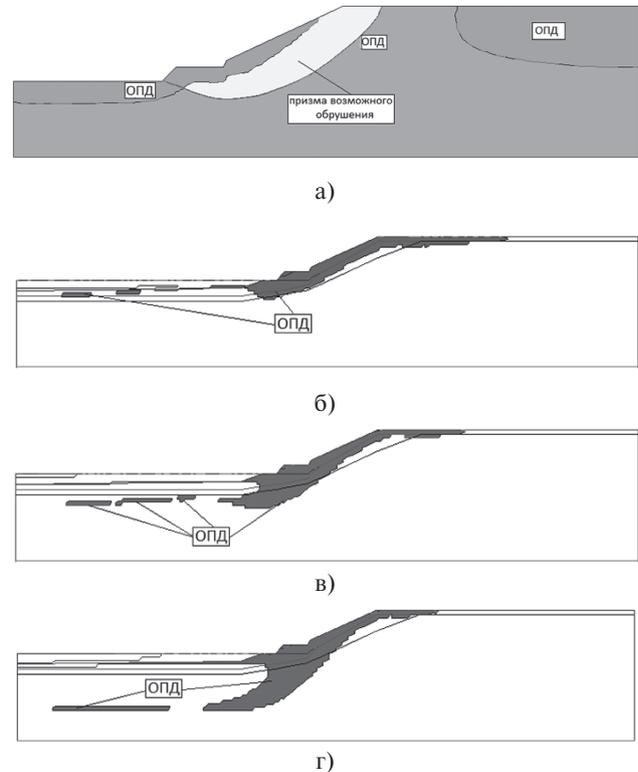


Рис. 9. Области пластических деформаций, построенные для оползневого участка по профилю I–I при условии упругого распределения напряжений в приоткосной области при $\xi_0 = 0,55$ (а) и на основании результатов «смешанного» решения при $\xi_0 = 0,55$ (б); $\xi_0 = 0,66$ (в); $\xi_0 = 0,75$ (г)

Как и в предыдущем примере, области пластических деформаций построены на основании результатов «упругого» и «смешанного» решения и приведены на рис. 9. Анализ этих рисунков показывает, что область пластических деформаций, построенная исходя из упругого распределения напряжений в грунтовом массиве (рис. 9, а) не полностью охватывает наклонную поверхность откоса, в то время как ОПД, построенные на основе «смешанного» решения (рис. 9, б–г), далеко заходят и на горизонтальную дневную поверхность. Как видно на фотографии, приведенной на рис. 8, б, данное обстоятельство адекватно соответствует реальному состоянию объекта — разрушение откоса набережной начинается с его верхней бермы. Это также подтверждается текстом, приведен-

ным в работе [22]: «В пределах исследуемого района выделены участки... локальных сдвигов грунтовой массы. В верхней части набережной наблюдаются трещины закола. На отдельных участках склона имеются деформированные лестницы». Как видим, и в этом случае результаты «смешанного» решения в наибольшей степени совпадают с результатами натуральных наблюдений. Из рис. 9, б–г также видно, что по мере увеличения величины коэффициента бокового давления грунта ξ_0 область пластических деформаций увеличивается в размерах, получает развитие рогообразная ее часть, направленная под подошву откоса.

Пример № 3. В работе [23] рассматривается вопрос об отыскании областей пластических деформаций в однородном грунтовом откосе. В качестве объекта исследования выбран однородный склон, параметры которого приведены в книге Н.Н. Маслова [24]: «Высота склона $h = 20$ м, заложение $1:m \approx 1:2,4$; грунт — суглинок тугопластический $\gamma = 20,7$ кН/м³, $E = 45$ МПа, $\nu = 0,35$ (согласно известной формуле, связывающей величину коэффициента Пуассона с величиной коэффициента бокового давления, $\xi_0 = 0,54$), $c = 20$ кПа, $\varphi = 12^\circ$ ». Расчеты выполнены авторами при помощи компьютерной программы [25].

На рис. 10, а изображены области пластических деформаций (зоны «пластичности»), полученные авторами работы [24] для рассматриваемого склона. Из рисунка видно, что в грунтовом массиве образовались три ОПД: первая, имеющая эллипсоподобную форму, расположена в месте перехода откоса в подошву, что вполне обоснованно, так как здесь имеет место существенная концентрация напряжений; вторая ОПД имеет форму полосы и простирается по поверхности подошвы откоса, что также логично, так как здесь могут возникать растягивающие горизонтальные нормальные напряжения σ_x ; а вот объяснения наличия третьей ОПД, которая широкой полосой устремляется вглубь массива, мы не находим.

На рис. 10, б приведены области пластических деформаций, построенные нами для условий рассматриваемого примера на основе «смешанного» решения [12; 13], а на рис. 10, в — наложение изображений ОПД, полученных авторами цитируемой работы и нами. Из ри-

сунка видно, что площади областей пластических деформаций, расположенных в области перехода откоса в подошву, практически одинаковы; ширина ОПД, расположенной вдоль поверхности подошвы откоса, в нашем случае примерно в полтора раза больше. Основное отличие заключается в том, что в нашем случае полосовая пластическая область отсутствует, а основная ОПД имеет развитие по поверхности откоса вверх и влево под его подошву.

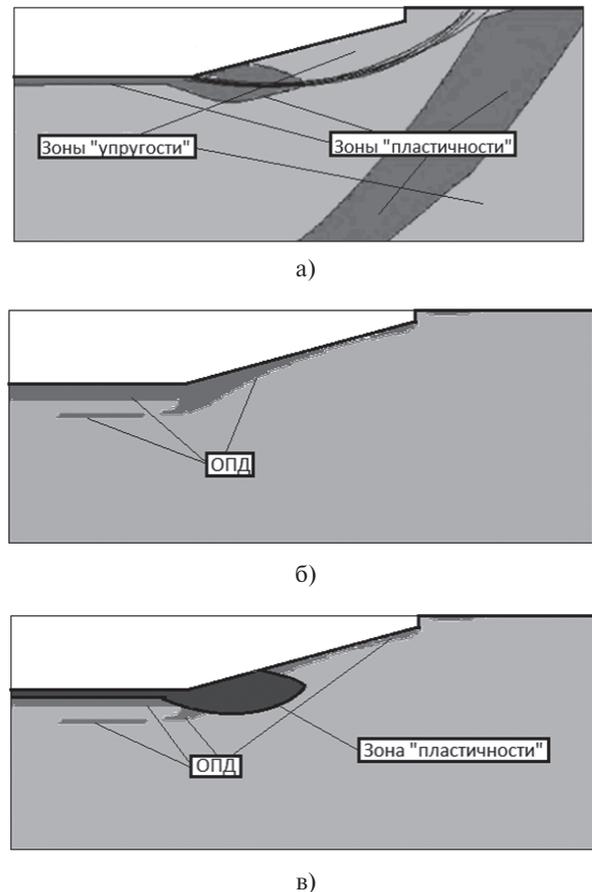


Рис. 10. Области пластических деформаций, полученные авторами работы [7] (а); области пластических деформаций, полученные нами при $\nu = 0,3$ ($\xi_0 = 0,54$) (б); наложение изображений областей пластических деформаций и зон пластичности друг на друга (в)

Выводы

Приведены выражения, позволяющие проводить построение областей пластических деформаций в рамках приближенного аналитического решения смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта. Получаемые пластические области удовлетворительно согласуются с результатами, полученными при

лабораторных исследованиях процессов разрушения моделей откосов из эквивалентных материалов, и с результатами натуральных наблюдений.

Результаты построения областей пластических деформаций на основе приближенного аналитического решения смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта по-

зволяют адекватно оценить степень устойчивости реальных грунтовых откосов, что позволяет прогнозировать и предотвращать проявление оползневых процессов.

Учитывая вышесказанное, считаем возможным рекомендовать предложенный подход для оценки устойчивости откосов и склонов.

Литература

1. *Tsvetkov V.K., Bogomolov A.N.* Stability of multilevel terrace of inhomogeneous rock // Journal of Mining Science, 1996, № 32 (3), pp. 192–196.
2. *Евтушенко С.И.* Современные методы расчета фундаментов [Текст] / С.И. Евтушенко, А.Н. Богомолов, А.Н. Ушаков. — Новочеркасск: Изд-во ЮРГТУ (НПИ), 2011. — 238 с.
3. *Богомолов А.Н.* Методы теории функций комплексного переменного в задачах геомеханики [Текст] / А.Н. Богомолов, А.Н. Ушаков. — Волгоград: Перемена, 2014. — 227 с.
4. *Bogomolov A.N., Ushakov A.N., Bogomolova O.A.* In respect of a probable cause of open-side bottom heave from umber the foundation // The proceedings of the first U.S.A.–Russia geotechnical engineering workshop, march 29-30, 2012 Oakland, California, U.S.A. M.: Publishing house ASV, 2014. Pp. 29–37.
5. *Цветков В.К.* Исследование устойчивости многоярусных отвалов неоднородных пород [Текст] / В.К. Цветков, А.Н. Богомолов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. — 1996. — № 3. — С. 39–44.
6. *Desai C.S., Lightner J.G.* Mixed finite element procedure for Soil-Structure iteration and construction sequences // Inter. J. for Numerical Methods in Engineering. 1985. № 5, vol. 21.
7. *Nakoto S., Kiyoshi J.* Probabilistic finite element method for Slopes stability analysis // Proc. Jap., Soc. Civil Engineering. 1985. № 364.
8. *Wang F.D., Sun M.C., Ropchan D.M.* Computer Program for Pit Slope Stability Analysis bee the Finite Element Stress Analysis and Limiting Equilibrium Method // RJ 7685. Burin of Mints. 1972.
9. *Богомолов А.Н.* Решение основных граничных задач для полуплоскости методами теории функций комплексного переменного [Текст] / А.Н. Богомолов, А.Н. Ушаков, С.И. Шиян. — Волгоград: Изд-во ВолгГАСУ, 2009. — 133 с.
10. *Coulomb C.* Application des riles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L'architecture / C. Coulomb // Memories de savants strangers de L'Academlie des sciences de Paris, 1773. 233 p.
11. *Цветков В.К.* Расчет устойчивости однородных откосов при упругопластическом распределении напряжений в массиве горных пород [Текст] / В.К. Цветков // Известия вузов. Горный журнал. — 1981. — № 5. — С. 45–52.
12. *Богомолов А.Н.* Расчет несущей способности оснований сооружений и устойчивости грунтовых массивов в упругопластической постановке [Текст] / А.Н. Богомолов. — Пермь: Изд-во ПГТУ, 1996. — 150 с.
13. *Богомолов А.Н.* Сопоставление результатов физических и численных экспериментов по определению несущей способности однородного основания штампа [Текст] / А.Н. Богомолов, О.А. Богомолова // Основания, фундаменты и механика грунтов. — 2015. — № 6. — С. 7–11.
14. *Цветков В.К.* Расчет устойчивости однородных нагруженных откосов [Текст] / В.К. Цветков, А.Н. Богомолов, А.А. Новоженин // Повышение эффективности и надежности транспортных объектов: Труды. Межвузовский тематический сборник. Вып. 183. — Ростов н/Д: Изд-во РИИЖТ, 1985. — С. 84–88.
15. *Цветков В.К.* Расчет устойчивости откосов и склонов [Текст] / В.К. Цветков. — Волгоград: Нижне-Волжское кн. изд-во, 1979. — 238 с.
16. Устойчивость (Напряженно-деформированное состояние) [Текст]: свидетельство о гос. регистрации программ для ЭВМ № 2009613499 / А. Н. Богомолов [и др.]. — № 2009612297; заявл. 19.05.2009; зарег. в Реестре программ для ЭВМ 30.06.2009. — 1 с.
17. *Мостахо Х.* Анализ устойчивости пригруженного откоса [Текст] / Х. Мостахо // Фундаментостроение в условиях слабых и мерзлых грунтов: Межвузовский тематический сборник трудов. — Л.: Изд-во ЛИСИ, 1983. — С. 149–157.
18. *Мочак Г.* Оползни в результате имеющихся поверхностей скольжения и контактов слоев в ледниковых отложениях [Текст] / Г. Мочак // Материалы совещания по вопросам изучения оползней и мер борьбы с ними. — Киев: Изд-во КГУ, 1964. — С. 338–344.
19. *Терцаги К.* Строительная механика грунта на основе его физических свойств [Текст] / К. Терцаги. — М.; Л.: Госстройиздат, 1933. — 390 с.
20. *Гальперин А.М.* Оценка устойчивости откосных сооружений отвально-хвостового хозяйства ОАО Стойленский ГОК [Текст] / А.М. Гальперин, А.В. Крючков, В.В. Семенов // Труды Международного научного симпозиума «Неделя горняка-2007». — М.: Изд-во МГГУ, 2007. — С. 135–142.
21. *Флорин В.А.* Основы механики грунтов [Текст] / В.А. Флорин. — М.; Л.: Госстройиздат, 1959. — Т. 1. — 356 с.
22. *Подвинцев А.В.* Мониторинг техногенного оползня набережной в поселке Приморский, город Феодосия [Текст] / А.В. Подвинцев, В.Н. Саломатин // Строительство и техногенная безопасность. — Симферополь: Изд-во НАПКС, 2011. — Вып. 38. — С. 72–77.
23. *Горшков Н.И.* Сравнительная оценка устойчивости и несущей способности системы «штамп-основание» на основе расчетов МКЭ [Текст] / Н.И. Горшков, М.А. Краснов // Известия вузов. Строительство. — 2011. — № 1. — С. 70–78.
24. *Маслов Н.Н.* Механика грунтов в практике строительства (Оползни и борьба с ними) [Текст] / Н.Н. Маслов. — М.: Стройиздат, 1977. — 320 с.
25. *Горшков Н.И.* Программа GenIDE32 для решения прикладных задач геомеханики [Текст] / Н.И. Горшков, М.А. Краснов // Система сертификации ГОСТ Р Госстандарт России. Сертификат соответствия № РОСС RU.СП15.H00262. 21.09.2009.

References

1. Tsvetkov V.K., Bogomolov A.N. Stability of multilevel terrace of inhomogeneous rock // Journal of Mining Science, 1996, № 32 (3), pp. 192–196.
2. Evtushenko S.I., Bogomolov A.N., Ushakov A.N. *Sovremennye metody rascheta fundamentov* [Modern methods of calculating foundations]. Novocherkassk: YuRGU (NPI) Publ., 2011. 238 p.
3. Bogomolov A.N., Ushakov A.N. *Metody teorii funktsij kompleksnogo peremennogo v zadachah geomekhaniki* [Methods of the theory of functions of a complex variable in problems of geomechanics]. Volgograd: Peremena Publ., 2014. 227 p.
4. Bogomolov A.N., Ushakov A.N., Bogomolova O.A. In respect of a probable cause of open-side bottom heave from under the foundation // The proceedings of the first U.S.A.–Russia geotechnical engineering workshop, march 29–30, 2012 Oakland, California, U.S.A. M.: Publishing house ASV, 2014. Pp. 29–37.
5. Cvetkov V.K., Bogomolov A.N. Issledovanie ustojchivosti mnogoyarusnyh otvalov neodnorodnyh porod [Investigation of the stability of multi-tier dumps of heterogeneous rocks]. *Fiziko-tehnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Physicotechnical problems of mining]. 1996, I. 3, pp. 39–44.
6. Desai C.S., Lightner J.G. Mixed finite element procedure for Soil-Structure iteration and construction sequences // Inter. J. for Numerical Methods in Engineering. 1985. № 5, vol. 21.
7. Nakoto S., Kiyoshi J. Probabilistic finite element method for Slopes stability analysis // Proc. Jap., Soc. Civil Engineering. 1985. № 364.
8. Wang F.D., Sun M.C., Ropchan D.M. Computer Program for Pit Slope Stability Analysis by the Finite Element Stress Analysis and Limiting Equilibrium Method // RJ 7685. Burin of Mints. 1972.
9. Bogomolov A.N., Ushakov A.N., Shiyani S.I. *Reshenie osnovnykh granichnykh zadach dlya poluploskosti metodami teorii funktsij kompleksnogo peremennogo* [The solution of the main boundary problems for the half-plane by methods of the theory of functions of a complex variable]. Volgograd: VolGASU Publ., 2009. 133 p.
10. Coulomb C. Application des riles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L'architecture / C. Coulomb // *Memories de savants strangers de L'Academie des sciences de Paris*, 1773. 233 p.
11. Cvetkov V.K. Raschet ustojchivosti odnorodnyh otkosov pri uprugoplasticheskom raspredelenii napryazhenij v massive gornyh porod [Calculation of the stability of homogeneous slopes during an elastoplastic stress distribution in a rock mass]. *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal* [Izvestiya Vuzov. Mountain Journal]. 1981, I. 5, pp. 45–52.
12. Bogomolov A.N. *Raschet nesushchej sposobnosti osnovaniy sooruzhenij i ustojchivosti gruntovykh massivov v uprugoplasticheskoj postanovke* [Calculation of the bearing capacity of the foundations of structures and the stability of soil masses in an elastoplastic setting]. Perm': PGU Publ., 1996. 150 p.
13. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A. Sopostavlenie rezul'tatov fizicheskikh i chislennykh eksperimentov po opredeleniyu nesushchej sposobnosti odnorodnogo osnovaniya shtampa [Comparison of the results of physical and numerical experiments to determine the bearing capacity of a uniform die base]. *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov* [Foundations, foundations, and soil mechanics]. 2015, I. 6, pp. 7–11.
14. Cvetkov V.K., Bogomolov A.N., Novozhenin A.A. Raschet ustojchivosti odnorodnyh nagruzhennykh otkosov [The calculation of the stability of homogeneous slopes]. *Povyshenie effektivnosti i nadezhnosti transportnykh ob'ektov: Trudy. Mezhevuzovskij tematiceskij sbornik* [Increasing the efficiency and reliability of transport objects: Transactions. Interuniversity thematic collection]. Rostov-on-Don: RIIZhT Publ., 1985, I. 183, pp. 84–88.
15. Cvetkov V.K. *Raschet ustojchivosti otkosov i sklonov* [The calculation of the stability of slopes and slopes]. Volgograd: Nizhne-Volzskoe Publ., 1979. 238 p.
16. *Ustojchivost' (Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie): svidetel'stvo o gos. registracii programm dlya EVM № 2009613499* [Sustainability (stress-strain state): certificate of state. registration of computer programs No. 2009613499]. 1 p.
17. Mostaho H. Analiz ustojchivosti prigruzhennogo otkosa [Analysis of the stability of a downhill slope]. *Fundamentostroenie v usloviyah slabyyh i merzlykh gruntov: Mezhevuzovskij tematiceskij sbornik trudov* [Fundamental engineering in the conditions of weak and frozen soils: Interuniversity thematic collection of works]. Leningrad: LISI Publ., 1983, pp. 149–157.
18. Mochak G. Opolzni v rezul'tate imeyushchihsvya poverhnostej skol'zheniya i kontaktov sloev v lednikovyyh otlozheniyah [Landslides as a result of existing sliding surfaces and layer contacts in glacial deposits]. *Materialy soveshchaniya po voprosam izucheniya opolznej i mer bor'by s nimi* [Materials of the meeting on the study of landslides and measures to combat them]. Kiev: KGU Publ., 1964, pp. 338–344.
19. Tercagi K. *Stroitel'naya mekhanika grunta na osnove ego fizicheskikh svoystv* [Structural soil mechanics based on its physical properties]. Moscow; Leningrad: Gosstrojizdat Publ., 1933. 390 p.
20. Gal'perin A.M. Ocenka ustojchivosti otkosnykh sooruzhenij otval'no-hvostovogo hozyajstva OAO Stojlenskij GOK [Assessment of the stability of sloping structures of the tailing and tailing facilities of OAO Stoilensky GOK]. *Trudy Mezhdunarodnogo nauchnogo simpoziuma «Nedelya gornyaka-2007»* [Proceedings of the International Scientific Symposium “Miner Week 2007”]. Moscow: MGGU Publ. 2007, pp. 135–142.
21. Florin V.A. *Osnovy mekhaniki gruntov* [Fundamentals of soil mechanics]. Moscow; Leningrad: Gosstrojizdat Publ., 1959, V. 1, 356 p.
22. Podvincev A.V. Monitoring tekhnogennoy opolznya naberezhnoj v poselke Primorskij, gorod Feodosiya [Monitoring of the technogenic landslide of the embankment in the village of Primorsky, the city of Feodosia]. *Stroitel'stvo i tekhnogennaya bezopasnost'* [Construction and technogenic safety]. Simferopol': NAPKS Publ., 2011, I. 38, pp. 72–77.
23. Gorshkov N.I., Krasnov M.A. Sravnitel'naya ocenka ustojchivosti i nesushchej sposobnosti sistemy «shtamp-osnovanie» na osnove raschetov MKE [A comparative assessment of the stability and bearing capacity of the stamp-base system based on the calculations of the FEM]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo* [News of universities. Building]. 2011, I. 1, pp. 70–78.
24. Maslov N.N. *Mekhanika gruntov v praktike stroitel'stva (Opolzni i bor'ba s nimi)* [Soil mechanics in the practice of construction (Landslides and the fight against them)]. Moscow: Strojizdat Publ., 1977. 320 p.
25. Gorshkov N.I., Krasnov M.A. Programma GenIDE32 dlya resheniya prikladnykh zadach geomekhaniki [GenIDE32 program for solving applied problems of geomechanics]. *Sistema sertifikacii GOST R Gosstandart Rossii. Sertifikat sootvetstviya № ROSS RU.SP15.N00262. 21.09.2009* [GOST R Gosstandart of Russia certification system. Certificate of Conformity No. ROSS RU.SP15.N00262. 09/21/2009].