

УДК 004.41/42, 519.8, 531/534, 539.2/6, 624.042, 624.044

## АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СООТВЕТСТВИЙ МЕЖДУ ДИНАМИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ РЕАКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЗДАНИЙ ОТ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

**Куликов Владимир Георгиевич**, к.т.н, доцент кафедры «Информационные системы, технологии и автоматизация в строительстве», ФГБСУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (г. Москва)  
e-mail: [kulikov-miit@mail.ru](mailto:kulikov-miit@mail.ru)

**Аннотация.** В работе разработаны два алгоритма, позволяющие более детально, в зависимости от кинематических характеристик элементов конструкций и начальных условий получать оценочные динамические характеристики внешних воздействий, как результаты реактивного поведения конструктивных элементов зданий и сооружений на эти воздействия. Рассмотрены варианты реактивных движений в инерциальных и неинерциальных системах отсчётов от статического и динамического ветрового напора. Решены две задачи связанные с нахождением соответствий между равнодействующими действующих сил ( $F$ ) и изменениями скоростей и ускорений реактивных движений элементов конструкций за определённый временной интервал.

**Ключевые слова.** Здания и сооружения, математическая модель, знакопеременные нагрузки и воздействия, касательная, нормаль, бинормаль, алгоритм, результирующее воздействие, система дифференциальных уравнений

## ALGORITHMIZATION OF DETERMINATION OF CORRESPONDENCES BETWEEN DYNAMIC PARAMETERS OF REACTIVE MOVEMENTS OF STRUCTURAL ELEMENTS OF BUILDINGS FROM DYNAMIC INFLUENCES

**Kulikov Vladimir**

Docent of the Department of Information Systems, Technology and Automation of Construction; National Research University Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU), Moscow, Russia;

e-mail: [kulikov-miit@mail.ru](mailto:kulikov-miit@mail.ru)

**Annotation.** In this paper, two algorithms have been developed that allow us to obtain in more detail, depending on the kinematic characteristics of structural elements and initial conditions, the estimated dynamic characteristics of external influences as the results of the reactive behavior of structural elements of buildings and structures to these influences. Variants of reactive motions in inertial and non-inertial reference systems from static and dynamic wind pressure are considered. Two problems related to finding correspondences between the resultant acting forces ( $F$ ) and changes in the velocities and accelerations of reactive movements of structural elements over a certain time interval have been solved.

**Keywords.** Buildings and structures, mathematical model, alternating loads and impacts, tangent, normal, binormal, algorithm, resultant impact, system of differential equations

**Цель работы.** Разработать алгоритмы решения задач, связанных с определением динамических параметров сложных реактивных движений

конструктивов строительных конструкций многоэтажных зданий от знакопеременных воздействий.

**Введение.** В соответствии с действующими нормативными требованиями ветровая нагрузка на здания и сооружения в рамках настоящей работы определяется нами как сумма статической и динамической её составляющих. Статическая составляющая, соответствующая установившемуся скоростному напору, учитывается во всех случаях. Динамическая же составляющая, вызываемая пульсациями скоростного напора, должна учитываться при расчете сооружений с периодом собственных колебаний более 0,25с, многоэтажных зданий только высотой более 40 м, поперечных рам одноэтажных однопролетных производственных зданий высотой более 36 м при отношении высоты к пролету более 1,5.

К оценочным характеристикам динамических нагрузок нами отнесены:

- 1) направление и характер приложения к конструкции динамических нагрузок (сосредоточенные силы, моменты, распределенная нагрузка);
- 2) сведения об изменении нагрузки во времени:
  - 2.1) для гармонической нагрузки – амплитуда и период;
  - 2.2) для периодической нагрузки – период и закон изменения нагрузки за период (или периоды), амплитуды и фазы составляющих гармоник;
  - 2.3) для однократной ударной или импульсной нагрузки – закон изменения во времени (форма импульса);
- 3) направление и способ приложения импульса к конструкции; для периодических ударов и импульсов.

#### **Термины и определения.**

1. Динамика отдельно взятой материальной точки жесткого диска перекрытия: (рис.1);
2. Спектр колебаний отдельно взятой материальной точки жесткого диска перекрытия: совокупность соответствующих гармоническим составляющим значений величины, характеризующей колебания, в которой указанные

значения располагаются в порядке возрастания частот гармонических составляющих;

3. Установившиеся колебания: периодические или почти периодические колебания системы, которые устанавливаются в системе по прошествии некоторого времени после начала колебаний.

**Постановка задачи исследований.** В процессе эксплуатации здания и сооружения подвергаются различным динамическим воздействиям, в т.ч. и от ветрового напора разной интенсивности. С учётом выше изложенного, является актуальным интерес наблюдения за динамикой поведения оценочных характеристик динамических нагрузок и воздействий на здания и сооружения и их отклик, как реакции на эти воздействия.

Разрезав виртуальной горизонтальной разрезкой здания на отдельные горизонтальные диски, как это показано на рис.1, становятся очевидными динамические разнонаправленные реактивные составляющие движений отдельных конструктивов, как реакции поведения соответствующих элементов по отдельности (их суперпозиции), так и всех в целом конструктивных элементов от ветрового напора. При таких воздействиях конструктивные элементы вынуждены совершать сложные траектории движения, характеристики которых определяются такими кинематическими параметрами, как:

- 1) траекториями движения, характеризуемыми соответствующими координатами положения исследуемых объектов в пространстве;
- 2) скоростью и направлениями перемещений в пространстве;
- 3) пройденным путём, или соответствующей амплитудой исследуемых объектов.

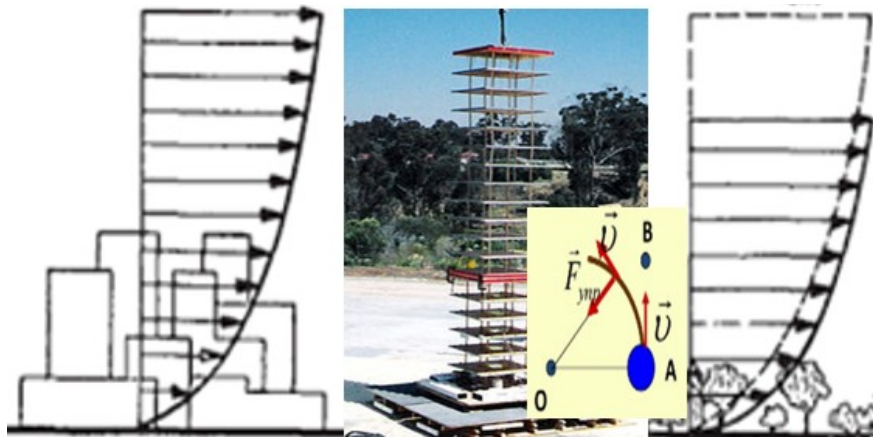


Рис. 1. Виртуальная горизонтальная разрезка многоэтажных зданий на горизонтальные диски жесткости, подвергающиеся динамическим воздействиям

Представим в рамках каждого отдельно взятого горизонтального диска материальную точку «А», совершающую сложное реактивное движение, как реакцию на соответствующее внешнее воздействие. Введем в рассмотрение декартовую систему координат, и в точку «0» введем начало системы координат, как это показано на рис. 1.

Запишем уравнение рассматриваемой точки описывающее её движение с указанной на рис.1 начальной точки «0» инерциальной<sup>1</sup> системе отсчёта следующим образом:

$$m \cdot \vec{a} = \sum_{k=1}^n F_k \quad (1)$$

Математическую модель движения рассматриваемой точки  $A(x,y,z)$  представим системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m \ddot{x} = F_x(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \\ m \ddot{y} = F_y(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \\ m \ddot{z} = F_z(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \end{cases} \quad (2)$$

где – проекции равнодействующей всех сил, действующих на исследуемый объект.

Покажем, каким образом будем получать общие решения системы дифференциальных уравнений «2» в общем виде:

$$\begin{aligned} x &= x(t, C_1, C_2, \dots, C_6) \\ y &= y(t, C_1, C_2, \dots, C_6) \\ z &= z(t, C_1, C_2, \dots, C_6) \end{aligned} \quad (3)$$

<sup>1</sup> система отсчёта в которой все свободные тела движутся прямолинейно и равномерно либо покоятся (постулируются первым законом Ньютона)

Задачу Коши решим, используя условия, которыми будем задавать начальные положения и скорости исследуемых объектов или материальной точки жесткого диска перекрытия в соответствующий начальный момент времени движения, см. рис.1:

$$x \dot{t}_{t=0} = x_0 \quad \dot{x}_{t=0} = \dot{x}_0 \quad (4x)$$

$$y \dot{t}_{t=0} = y_0 \quad \dot{y}_{t=0} = \dot{y}_0 \quad (4y)$$

$$z \dot{t}_{t=0} = z_0 \quad \dot{z}_{t=0} = \dot{z}_0 \quad (4z)$$

Определив траекторию движения исследуемого объекта, выше указанное уравнение динамики запишем в проекциях на естественные оси решаемой задачи: - т.е. касательную, главную нормаль и бинормаль системы, приведенной на рис. 1.

Тогда:

$$\begin{cases} m \dot{s} = F_t(t, s, \dot{s}) \\ m \frac{\dot{s}^2}{\rho(s)} = F_n(t, s, \dot{s}) \\ 0 = F_b(t, s, \dot{s}) \end{cases} \quad (5)$$

при начальных условиях:

$$s \dot{t}_{t=0} = s_0 \quad \dot{s}_{t=0} = \dot{s}_0 \quad (6)$$

С учетом ранее рассмотренных выражений, - дифференциальные уравнения движения, рассматриваемой материальной точки жестких дисков перекрытий на рис.1 в неинерциальной<sup>2</sup> системе отсчёта, т.е. уравнения относительного движения, - будем представлять следующим образом:

$$\begin{cases} m \ddot{x} = F_x + \Phi_{e_x} + \Phi_{c_x} \\ m \ddot{y} = F_y + \Phi_{e_y} + \Phi_{c_y} \\ m \ddot{z} = F_z + \Phi_{e_z} + \Phi_{c_z} \end{cases} \quad (7)$$

В указанных уравнениях (7) помимо проекций действующих на исследуемый объект сил, - входят проекции переносной силы инерции ( $\vec{\Phi}_e = -m\vec{a}_e$ ) и кориолисовой силы инерции ( $\vec{\Phi}_c = -m\vec{a}_c$ ).

<sup>2</sup> - система отсчёта, движущаяся с ускорением относительно инерциальной системы отсчёта (движущиеся ускоренно прямолинейно и в т.ч. вращающиеся, либо их комбинации движений. Постулируются вторым законом Ньютона)

Оценим некоторые частные следствия, вытекающие из вышеприведенных выражений с перспективой их учёта в качестве соучаствующих, т.е. дополнительных внешних динамических воздействий на здания и сооружения, используя соответствующий алгоритм оценки оценочных характеристик динамических воздействий и нагрузок.

### Алгоритм 1.

Инструкция1. Получим движение исследуемой точки условной массой  $[m=1(\text{кг})]$  в виде уравнения  $(\ddot{r}=4t^2\ddot{i}+3t^2\ddot{k}[\text{м}])$ .

Инструкция2. С учётом вышеизложенного вычислим величину равнодействующих действующих на неё сил ( $F$ ). Для этого воспользуемся (1),

откуда:

$$\vec{F}=m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=m\frac{d^2}{dt^2}(4t^2\vec{i}+3t^2\vec{k})=8m\vec{i}+6m\vec{k} \quad (8)$$

и тогда:

$$F=\sqrt{F_x^2+F_z^2}=\sqrt{(8m)^2+(6m)^2}=10\times m(\text{кг}) \quad (9)$$

Обратим внимание на то, что равнодействующая ( $F$ ) при заданных условиях движения рассматриваемой точки:

- 1) в десять раз больше изначально заданной массы рассматриваемой точки  $[m=1(\text{кг})]$
- 2) лежит в плоскости «x0z» декартовой системы координат (правая тройка (x,y,z))

Инструкция 3. Равнодействующая ( $F$ ) получает следующие направляющие косинусы в указанной системе координат правой тройки (x,y,z):

$$\cos(\vec{F},\vec{i})=\frac{F_x}{F}=0,8; \cos(\vec{F},\vec{k})=\frac{F_z}{F}=0,6;$$

Рассмотрим ещё один важный аспект. Предположим, что исследуемая точка имеет возможность свободно перемещаться в любом направлении. В том числе обладает потенциальной возможностью свободного падения (что может произойти при разрушении показанных на рис.1 дисков перекрытий).

Определим перепад высот ( $H$ ) при свободном *вертикальном* падении рассматриваемой точки, на котором её скорость изменится предположим с ( $v_1$ ) до ( $v_2$ ) [м/с]. Помимо этого, определим и время движения точки на этом участке.

### Алгоритм 2.

Инструкция 1. Введём в рассмотрение соответствующую ось «0х», направленную вертикально вниз, с началом отсчёта в том положении, когда её скорость равна, как в нашем случае ( $v_1$ ) [м/с].

Инструкция 2. Применим дифференциальное уравнение прямолинейного движения рассматриваемой точки в виде:

$$m \ddot{x} = mg \quad (10)$$

с начальными условиями

$$x|_{t=0} = x_0 = 0; \dot{x}|_{t=0} = \dot{x}_0 = v_1 \left[ \frac{M}{C} \right]$$

Инструкция 3. Для определения перепада высот понизим порядок дифференциального уравнения следующим образом:

$$\ddot{x} = v_x \frac{dv_x}{dx} \quad (11)$$

Откуда очевидно, то, что при рассматриваемом нами вертикальном движении точки, её вертикальная проекция на ось «0х»  $\ddot{x} = g$ , т.е. будет равна ускорению свободного падения.

Отсюда:

$$v_x \frac{dv_x}{dx} = g \quad (12)$$

Таким образом, мы получили дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Разделим переменные и проинтегрируем выражение (12):

$$\int_{v_1}^{v_2} v_x dv_x = g \int_0^H dx \quad (13)$$

Используя (13) найдем перепад высот, при котором скорость движения рассматриваемой точки изменится от значения ( $v_1$ ), до значения скорости ( $v_2$ ), как:

$$H = \frac{1}{g} \int_{v_{x1}}^{v_{x2}} v_x dv_x = \frac{v_x^2}{2g} \Big|_{v_{x1}}^{v_{x2}} \quad (14)$$

Инструкция 4. Для определения затраченного на указанное вертикальное перемещение времени ( $T$ ) рассматриваемой точки, - другим способом понизим порядок используемого нами дифференциального уравнения:

$$\text{Так если } \ddot{x} = \frac{dv_x}{dt} \quad \text{То } \frac{dv_x}{dt} = g \quad (15)$$

Разделим переменные (15):

$$\int_{v_1}^{v_2} dv_x = g \int_0^T dt \quad (16)$$

Вычисляем затраченное на перемещение исследуемой точки ( $A$ ) время ( $T$ ) с помощью (16):

$$T = \frac{1}{g} \int_{v_{x1}}^{v_{x2}} dv_x = \frac{v_x}{g} \Big|_{v_{x1}}^{v_{x2}} \quad (17)$$

## Выводы.

1. Разработаны два алгоритма алгоритмизации определения соответствий между динамическими параметрами реактивных движений конструктивных элементов
2. Решены две задачи, связанные с нахождением соответствий между равнодействующими действующих сил ( $F$ ) и изменениями скоростей и ускорений реактивных движений элементов конструкций за определённый временной интервал

## Литература

1. ГОСТ 25980-83 Вибрация. Средства защиты. Номенклатура параметров;
2. ГОСТ 12.1.012-90. Вибрационная безопасность. Общие требования;
3. ГОСТ Р 52892-2007 Вибрация зданий. Измерение вибраций и оценка её воздействия на конструкцию;
4. Бабенко, М. А. Введение в теорию алгоритмов и структур данных. / М.А. Бабенко, М.В. Левин. - М.: МЦНМО, 2014. - 144 с.
5. Верещагин, Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции / Н.К. Верещагин, А. Шень. - Москва: СИНТЕГ, 2002. - 192 с.
6. Вирт, Н. Алгоритмы и структуры данных / Н. Вирт. - М.: [не указано], 1989. - 760 с.
7. Вирт, Н. Алгоритмы+структуры данных=программы / Н. Вирт. - М.: [не указано], 1992. - 539 с.



8. Агапов В.П. Основные соотношения МКЭ в статических и динамических расчетах геометрически нелинейных конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. 1984.- № 5.- С. 43-47.
9. Агапов В.П. Усовершенствованный плоский многослойный треугольный конечный элемент комбинированного типа // ИВУЗ. Строительство и архитектура. Новосибирск: НИСИ, 1985. - № 10. - С. 31-34.
10. Агапов В.П. Реализация расчетов на вынужденные колебания в вычислительном комплексе ПРИНС // Строительная механика строительных конструкций и сооружений. Межвузовский сборник научных трудов. М., Изд. АВС, 2002.
11. Айзенберг Я.М. Виброплатформа для исследований сейсмостойкости сооружений // Промышленное строительство. 1963. -№ 7.
12. Айзенберг Я.М. Сооружения с выключающимися связями для сейсмических районов. М.: Стройиздат, 1976. - 232 с.
13. Айзенберг Я.М., Найман А.И., Абакаров А.Д., Деглина М.М., Чачуа Т.Д. Адаптивные системы сейсмической защиты сооружений. -М.: Наука, 1978.
14. Айзенберг Я.М. Статистическая расчетная модель сейсмического воздействия на сооружения. В кн.: Сейсмические воздействия на гидротехнические и энергетические сооружения. М.: Наука, 1980. - С. 5-11.
15. Алабушев А.М., Геронимус В.Б., Минкевич ЛТ.М., Шеховцов Б.А. Теория подобия и размерностей. Моделирование. М.: Высшая школа, 1968.
16. Александров А.В., Лащенников Б.Я., Шапошников Н.Н. Строительная механика (тонкостенные пространственные системы). -М.: Стройиздат. 1983.
17. Алтикаев Ф.Ф. Сейсмические колебания при землетрясениях и взрывах. -М.: Наука, 1969. - 103 с.
18. Барштейн М.Ф. Приложение вероятностных методов к расчету сооружений на сейсмические воздействия // Строительная механика и расчет сооружений. 1960. - № 2. mic areas. L.: Energia, 1976.